

名古屋大学卒業論文

大きな球状固体粒子を含む流体の見かけ比粘度の粒子位置及び
サイズ依存性

2023年3月

名古屋大学工学部物理工学科
増淵研究室

学生番号 081920276
名前 庄田琢也

要旨

私たちの身の周りには、ミリメートルオーダーのサイズの固体粒子を含む流体（例えば、カレーやシチューなどの食品や、施工時のコンクリートなど）が多く存在しており、このような流体の粘度を正しく測定することは重要である。しかし、一般的に粘度測定で用いられる回転式レオメータでは、流路が狭く、固体粒子を入れることができない。そのため、固体粒子を入れることができるように、流路の大きな二重円筒型回転粘度計などを用いることで固体粒子を含む流体の粘度測定が行われてきた。このとき、粒子径と流路幅の比は 10 以上必要とされている。

ただし、回転粘度計では流路幅が大きいほど、回転速度で見積もった見かけせん断速度とレオメータでのせん断速度の差が大きくなる。そのため、回転粘度計で測定される見かけ粘度とレオメータで測定される粘度が異なることがある。したがって、流路幅を小さくし、粘度測定を行うことも重要であり、粒子径と流路幅の比を 10 以上確保できない場合がある。このような流路では、固体粒子によって流動場が変わる可能性がある。

本研究の目的は、大きな固体粒子を含む流体の見かけ比粘度に対して、固体粒子の位置が及ぼす影響を調べることである。カメラ、自作容器、自作台を用いることで、見かけ粘度測定の際に、固体粒子の位置の測定を可能にする実験系を作成した。

固体粒子の体積分率を変化させ見かけ比粘度測定を行った結果、固体粒子の体積分率の増加によって見かけ比粘度が増加することがわかった。しかし、体積分率のみではなく固体粒子の位置によっても見かけ比粘度が増加することがわかった。

目次

第 1 章	序論	3
1.1	固体粒子を含む流体の粘度	3
1.2	二重円筒での流れ	4
1.3	本研究の目的	7
第 2 章	実験	8
2.1	概要	8
2.2	試料	8
2.3	装置	9
2.4	見かけ比粘度測定	10
2.4.1	多数固体粒子	10
2.4.2	単一固体粒子	10
2.5	速度測定・速度場測定	10
第 3 章	結果	12
3.1	多数固体粒子	12
3.1.1	見かけ粘度測定	12
3.1.2	速度場測定	15
3.2	単一固体粒子	17
3.2.1	見かけ粘度測定	17
3.2.2	速度測定	19
第 4 章	考察	20
4.1	サイズ依存性	20
4.2	位置依存性	21
第 5 章	結論	22
付録 A		23
A.1	屈折補正	23
謝辞		25
参考文献		26

第 1 章

序論

1.1 固体粒子を含む流体の粘度

私たちの身の周りには、固体粒子を含む流体（例えば、化粧品、セメント、塗料など）が多く存在している。このような流体では、固体粒子の形や、サイズ、溶媒との相性等で様々なレオロジー特性を有するため多く研究が行われてきた。

固体粒子を含まないニュートン流体では、せん断応力 $\sigma(t)$ 、粘度 η 、せん断速度 $\dot{\gamma}(t)$ として、ニュートンの粘性法則

$$\sigma(t) = \eta \dot{\gamma}(t) \quad (1.1)$$

が成立する [1]。粘度はせん断速度によらず一定である。

粘弾性流体では、定常流に限り

$$\sigma = \eta(\dot{\gamma}) \dot{\gamma} \quad (1.2)$$

と表すことができる。また、粘度がせん断速度の冪乗則に従うような power law 流体の場合、粘度は以下のように表すことができる。

$$\eta = \frac{\sigma}{\dot{\gamma}} = K \dot{\gamma}^{N-1} \quad (1.3)$$

ここで、 K と N は定数である。 N はレオロジー特性を表し、 $N < 1$ はシアシニング性を表す流体、 $N > 1$ はダイラタンシー性を表す流体、 $N = 1$ はニュートン流体となる。

球状固体粒子を含む流体では、固体粒子同士や壁などによる相互作用がないような希薄系では、Einstein によって、粘度 η は式 (1.4) のようにかけることがわかっている [2]。

$$\eta = \eta_0 (1 + 2.5\phi) \quad (1.4)$$

ここで、 η_0 は液体の粘度、 ϕ は体積分率である。また、この式を用いて、Vand[3] や Roscoe[4] などによって、広範囲の体積分率に対応できるよう拡張が行われてきた。これらの式はいずれも体積分率のみで比粘度を表すことができている。しかし、様々な実験結果に適用する式は少ない。

そこで、体積分率以外の条件を変えた実験 [5][6] も行われている。春木らの実験 [5] では、固体粒子径を変えている。同じ体積分率の場合、固体粒子径が小さいほど固体粒子全体の表面積が大きくなることで比粘度が増加するという結果が得られている。Major らの実験 [6] では、異なる固体粒子径の比率を変えている。比率によって、摩擦的相互作用が変化することで、塑性挙動が変化するという結果がある。このように固体粒子を含む流体は様々な要因で、粘度が変化することがわかっており、体積分率のみで議論することは難しい。

以上のことから、固体粒子を含む流体において、様々な条件で実験をすることが望まれている。ここで、固体粒子を含む流体の粘度測定では粒子径と流路幅の比が 10 以上必要 [7] とされている。ミリメートルオーダーサイズの固体粒子を含む流体（例えば、カレーやシチューなどの品や、施工時のコンクリートなど）の場合、粒子径が大きいことにより粘度測定が困難であり、実験があまり行われていない。そのため、レオロジー特性についてまだわかっていないところが多い。

1.2 二重円筒での流れ

粒子径が大きな固体を含む流体の粘度測定には二重円筒型粘度計が用いられる。ここでは、そこでの流動場を考える。粘性流体の運動は、非圧縮のニュートン流体であると仮定すると、式 (1.5)(1.6) のような Navier-Stokes 方程式で記述される [8]。

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{v} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \mathbf{f} + \nu \nabla^2 \mathbf{v} \quad (1.5)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (1.6)$$

ここで、 ρ は密度、 ν は動粘性係数、 \mathbf{f} は外力を表す。

円柱座標系 (r, θ, z) で速度が

$$\mathbf{v} = (0, v(r, t), 0) \quad (1.7)$$

と表せる回転粘性流のとき、式 (1.5)(1.6) の Navier-Stokes 方程式は式のようなになる。

$$\frac{\rho v^2}{r} = \frac{\partial p}{\partial r} \quad (1.8)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} v = -\frac{1}{\rho r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r^2} \right) \quad (1.9)$$

$$0 = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \quad (1.10)$$

式 (1.10) より、 p は r, θ, t の関数となるが、 v は r と t の関数であるので、式 (1.9) より、 $\partial p / \partial \theta$ は r と t の関数となる。ここで、 p が多価関数にならないと考えると、 $\partial p / \partial \theta = 0$ となる。したがって、式 (1.9) は、

$$\frac{\partial}{\partial t} v = \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r^2} \right) \quad (1.11)$$

となる。定常状態で考えると、 $\partial v / \partial t = 0$ となるので、速度場 $v(r)$ は常微分方程式

$$\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r^2} = 0 \quad (1.12)$$

を満たすので、一般解は

$$v(r) = ar + \frac{b}{r} \quad (1.13)$$

と表せる。

ここで、図 1.1 のような半径 R_1, R_2 の同心円筒の間に粘性流体があり、内円筒が角速度 Ω で回転しているときの速度場 $v(r)$ を考える。境界条件は

$$v(R_1) = \Omega R_1, v(R_2) = 0 \quad (1.14)$$

であるので、式 (1.13)(1.14) より、速度場 $v(r)$ は

$$v(r) = \frac{R_1^2}{R_1^2 - R_2^2} \Omega \left(r - \frac{R_2^2}{r} \right) \quad (1.15)$$

で表せる。

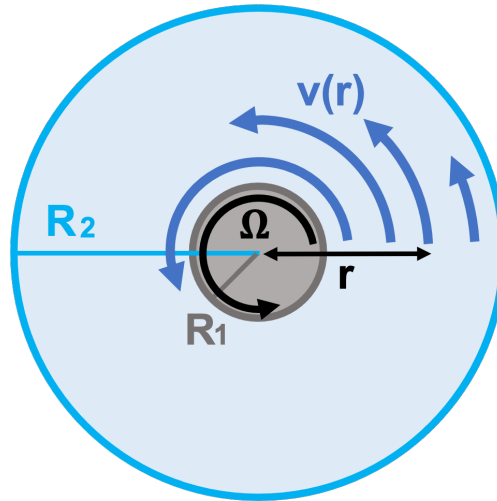


図 1.1: 速度場の模式図

これは、ニュートン流体と仮定した速度場であるので、非ニュートン流体であれば速度場は異なる。そこで、レオロジー特性を考慮して、回転粘度計のせん断速度 [7] は、

$$\dot{\gamma} = \frac{2\Omega}{N \left(1 - \epsilon^{-\frac{2}{N}} \right)} \quad (1.16)$$

とかける。ここで、 $\epsilon = \frac{R_2}{R_1}$ である。実際は N の値がわからないため、回転粘度計では $N = 1$ のニュートン流体の時のせん断速度を見かけせん断速度 $\dot{\gamma}_{app}$ として用いる。

$$\dot{\gamma}_{app} = \frac{2\Omega}{(1 - \epsilon^{-2})} \quad (1.17)$$

つまり、流動特性によって実際のせん断速度 $\dot{\gamma}$ と見かけせん断速度 $\dot{\gamma}_{app}$ の差は異なり、特に N の値が 1 よりも離れるほど実際のせん断速度 $\dot{\gamma}$ と見かけせん断速度 $\dot{\gamma}_{app}$ の差は大きくなる。先行研究 [9] では、この差を

$$RE(\dot{\gamma}) = \frac{(\dot{\gamma}_{app} - \dot{\gamma})}{\dot{\gamma}} \quad (1.18)$$

とし、式 (1.16),(1.17) を代入することにより、

$$RE(\dot{\gamma}) = \frac{N \left(1 - \epsilon^{-\frac{2}{N}} \right)}{1 - \epsilon^{-2}} - 1 \quad (1.19)$$

としている。

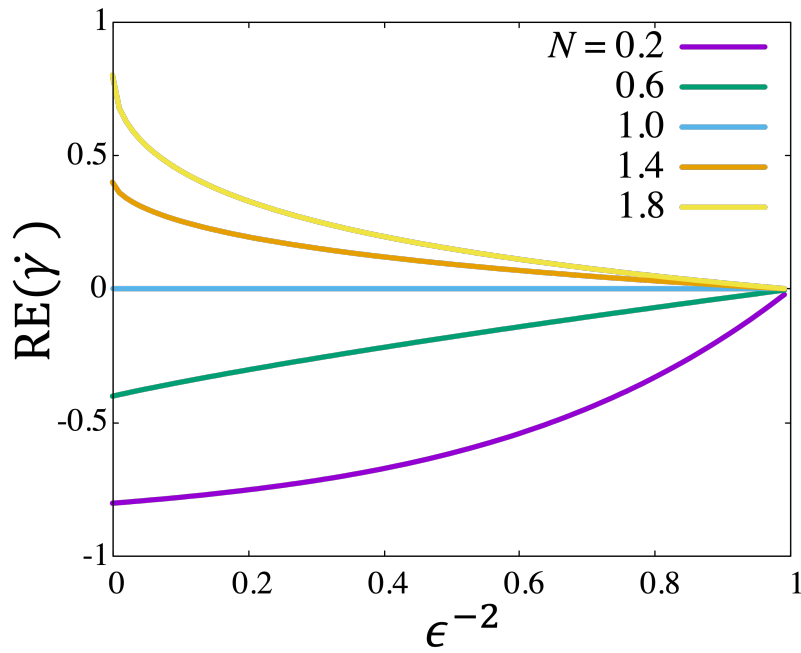
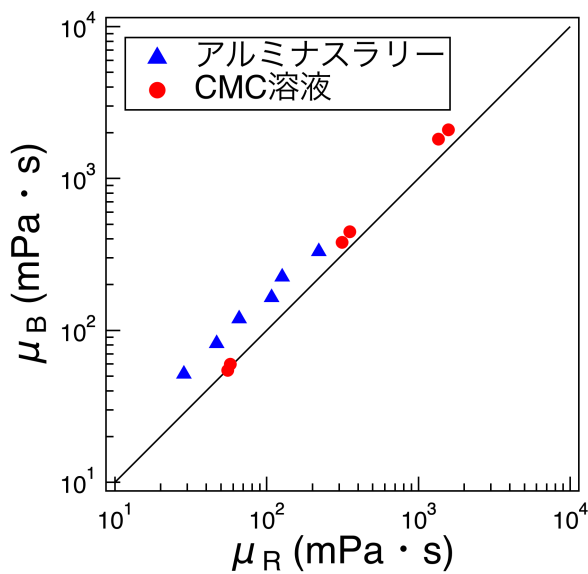


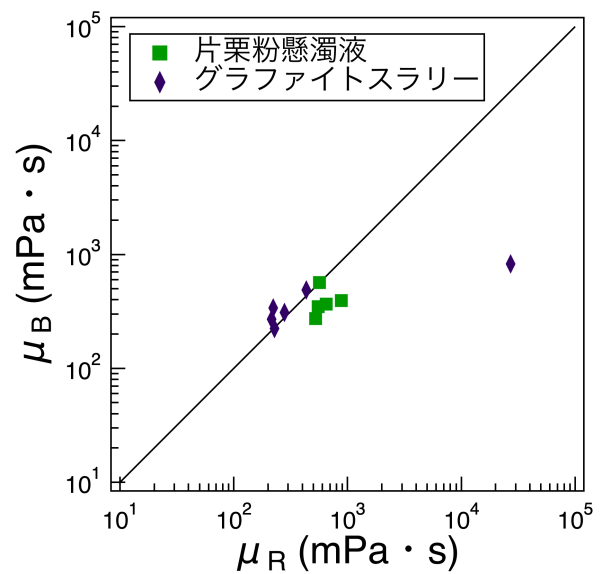
図 1.2: セン断速度と見かけせん断速度の差 [9]

図 1.2 からわかるように、 ϵ^{-2} が小さいほど、すなわち、流路幅が大きいほど、せん断速度 $\dot{\gamma}$ と見かけせん断速度 $\dot{\gamma}_{app}$ の差の絶対値が大きくなることもわかる。特にシアニング性を示す $N < 1$ のときは、 $\dot{\gamma}_{app}$ は $\dot{\gamma}$ より小さくなり、ダイラタンシー性を示す $N > 1$ のときは、 $\dot{\gamma}_{app}$ は $\dot{\gamma}$ より大きくなるのがわかる。

先行研究で実験によるレオメータと流路幅の大きな回転粘度計である B 型粘度計での様々な非ニュートン流体の粘度を比較した実験がある [10]。



(a) シアニング性を示す流体



(b) ダイラタンシー性を示す流体

図 1.3: レオメータと B 型粘度計の粘度の比較 [10]

図 1.3 は、横軸がレオメータを用いて測定した粘度 μ_R 、縦軸が B 型粘度計を用いて測定した見かけ粘

度 μ_B を表している。プロットはレオメータでのせん断速度と B 型粘度計での見かけせん断速度を揃えた測定結果である。この結果から、シアニング性を示す流体では μ_B が μ_R より大きくなり、ダイラタンシー性を示す流体では μ_B が μ_R より小さくなることがわかる。 μ_B が大きくなっているのは、式 (1.2) より、見かけせん断速度 $\dot{\gamma}_{app}$ が小さく見積もられているためであり、 μ_B が小さくなっているのは、 $\dot{\gamma}_{app}$ が大きく見積もられているためであると考えることができる。

以上より、理論と実験の両方でレオロジー特性によってせん断速度と見かけせん断速度に差が生じることがわかる。したがって、回転粘度計での見かけ粘度計測では流路幅を小さくする必要があるとされている。

1.3 本研究の目的

固体粒子を含む流体の粘度を回転粘度計で測定する場合、固体粒子を導入するには大きな流路が必要である。しかしながら、現実的に装置を大きくすることは、回転粘度計の性質の問題があるため困難である。したがって、固体粒子がミリメートルサイズの場合、粒子径と流路幅の比を 10 以上とすることは困難である。そこで本研究では、粒子径と流路幅の比が小さい場合に、固体粒子が見かけ比粘度に与える影響を調べることを目的とした。

第 2 章

実験

2.1 概要

本研究では B 型粘度計で見かけ粘度測定を行い、同時に粘度計下からカメラを用いて流体中の固体粒子の位置の測定を行った。図 2.1 は実験の模式図である。

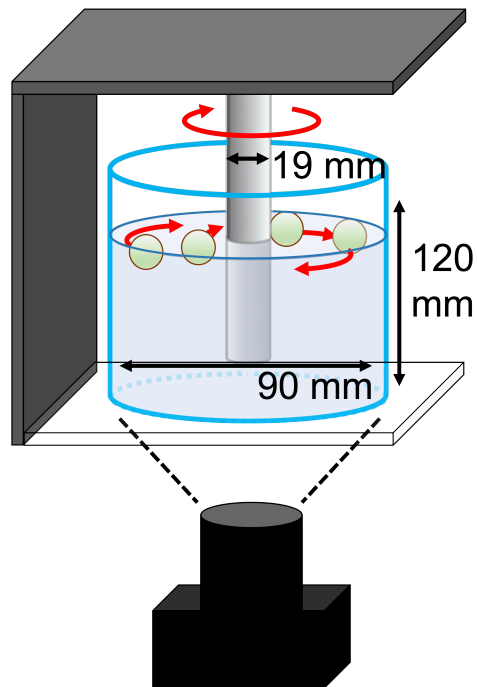


図 2.1: 装置の概要

2.2 試料

分散媒にはシリコンオイル、動粘度 1000 cSt、密度 0.97 g/cm^3 (信越化学工業) を 540 ml 使用した。分散させる固体粒子はポリエチレン球、密度 0.96 g/cm^3 、粒子径 9.5, 12.7, 15.9 mm (佐藤鉄鋼) を使用した。トレーサー粒子は粒子径 425-500 μm 、密度 0.98 g/cm^3 (Cospheric) を使用した。

2.3 装置

流体の粘度を測定するために図 2.2 の B 型粘度計 (ViscoQC100L、アントンパール) を使用した。治具には二重円筒型、直径 19 mm のものを使用した。解析を行うためのカメラは 500 万画素、1/2.5 インチ (DN3R-500、松電舎)、レンズは径 50 mm、倍率 5-50 倍 (SDS-LRS、松電舎) を使用した。図 2.3 はアルミフレームとアクリル板を用いて自作した台である。B 型粘度計の下にカメラを置くためのスペースを確保し、透明にすることで撮影ができるようにした。図 2.4 はアクリルパイプと円形アクリル板を用いて自作した内径 90 mm、高さ 125 mm の容器である。底面が平らな容器にすることで、容器下からの撮影に影響がないようにした。図 2.5 は装置を組み合わせた写真である。

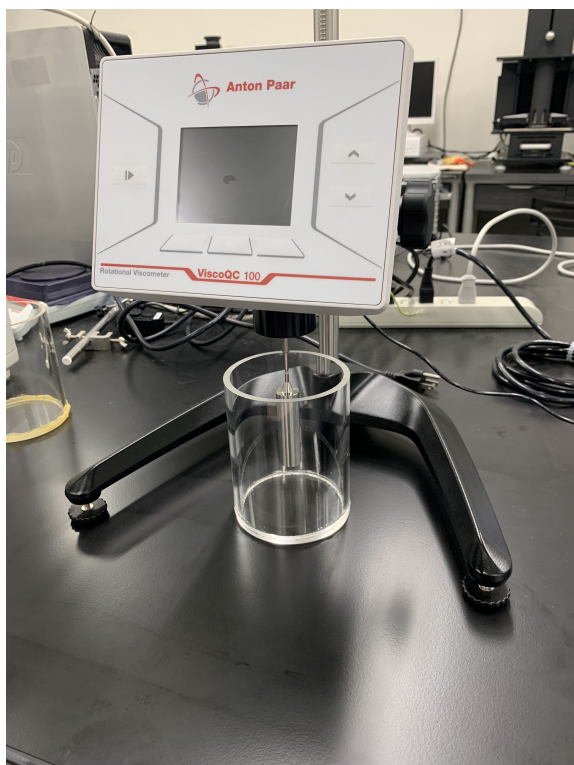


図 2.2: B 型粘度計の写真

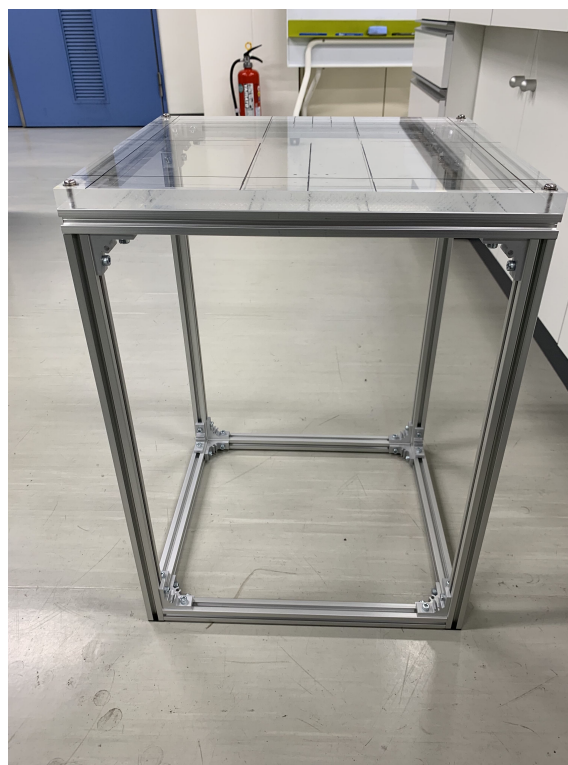


図 2.3: 自作した台の写真



図 2.4: 自作したアクリル容器の写真

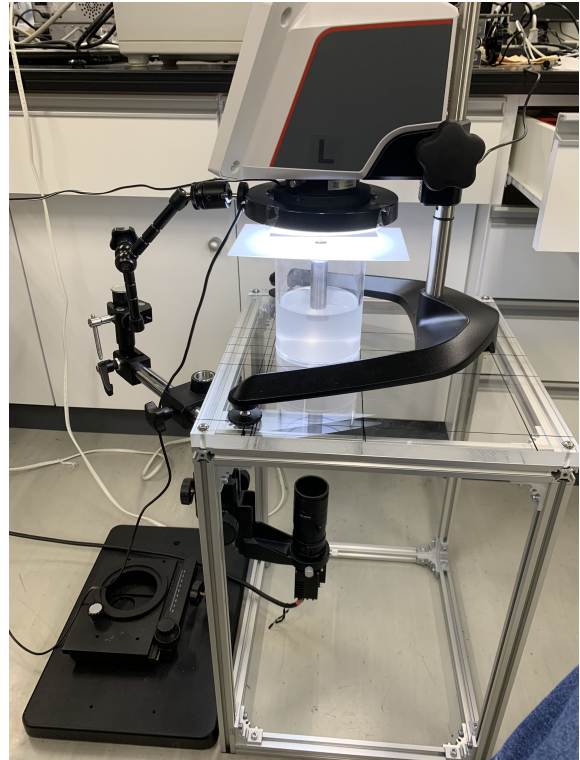


図 2.5: 全体を組み合わせた写真

2.4 見かけ比粘度測定

図 2.1 の B 型粘度計を用いて見かけ粘度測定を行った。回転速度は 3 rpm、測定時間は 1 分間と固定した。温度は室温とした。固体粒子の位置は粘度計下にあるカメラを用いて測定した。

2.4.1 多数固体粒子

最初に溶媒のみの見かけ粘度を測定した。粒子径 15.9 mm の固体粒子を 1,2,3,6,9,12,15,18 と粒子数を変えながら粘度測定を行った。測定回数は各粒子数において 3 回である。

2.4.2 単一固体粒子

最初に溶媒のみの見かけ粘度を測定した。その後、粒子径 9.5 mm の固体粒子を一つ使い、固体粒子の流路内での位置を変えて見かけ粘度測定を行った。それぞれの粒子径での測定回数は 60 回である。粒子径を 12.7, 15.9 mm についても同様に測定を行った。

2.5 速度測定・速度場測定

固体粒子、または、トレーサー粒子の速度を測定するため、粘度計下のカメラを用いて動画撮影を行った。解析には画像処理ソフトウェア Fiji を用いた。手順を以下の通りである。

- (1) 動画を連続画像に変換し、画像に移った固体粒子または、トレーサー粒子を Fiji にて 2 値化する。
- (2) 各フレームの粒子の重心の座標を書き下し、粒子の軌跡を円でフィッティングする。

- (3) 図 2.6 のように連続する 2 枚の画像に映る粒子の座標から円状に動いた粒子の角度を導出し、角速度を得る。
- (4) 得られる位置 r_{app} は屈折により、実際の位置 r とは異なる。そのため、屈折の補正を行う。詳細は付録に記す。本研究では全て補正した後の結果を r としている。
- (5) 角速度と位置から速度 $v(r)$ を得る。

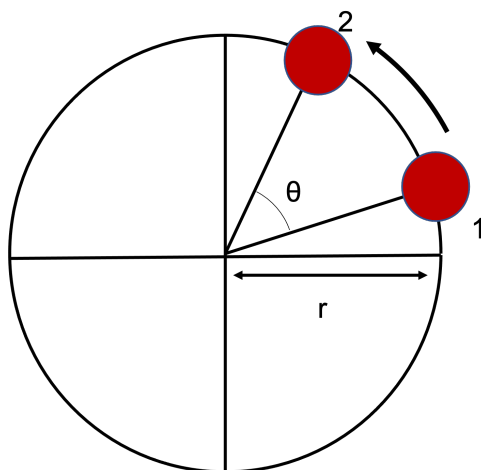


図 2.6: 角速度導出の概要

第 3 章

結果

3.1 多数固体粒子

3.1.1 見かけ粘度測定

図 3.1 に固体粒子の体積分率と見かけ比粘度の結果を示す。

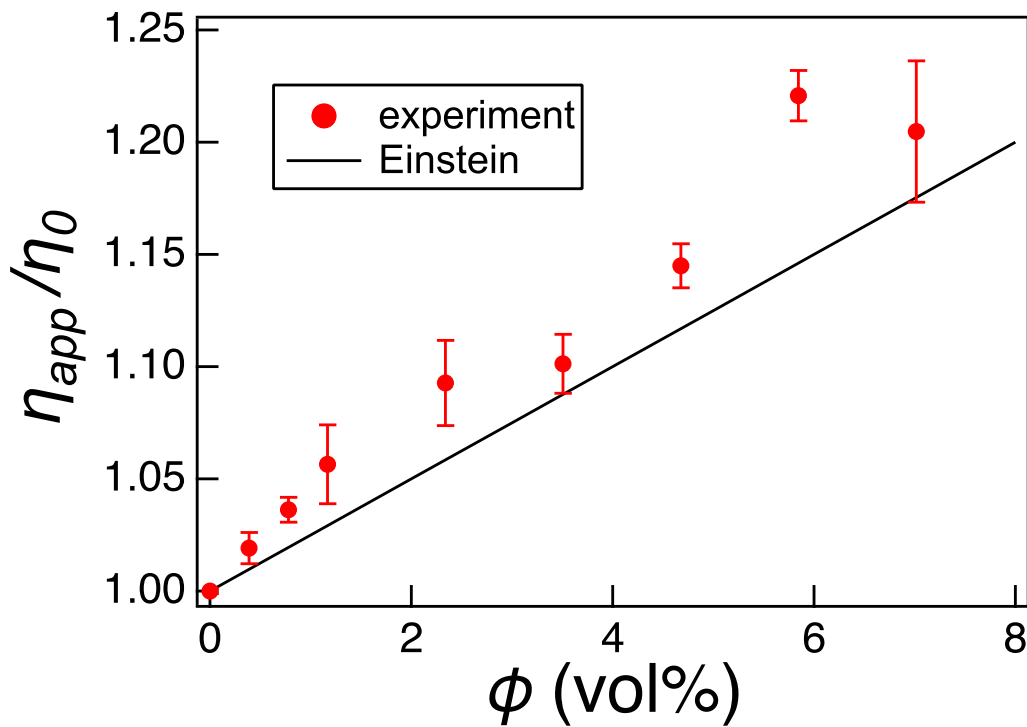


図 3.1: 球径 15.9 mm における各体積分率の見かけ比粘度

横軸は体積分率であり、縦軸は見かけ比粘度 η_{app}/η_0 である。見かけ比粘度 η_{app}/η_0 とは固体粒子を含む流体の見かけ粘度 η_{app} を溶媒のみの見かけ粘度 η_0 で割ったものである。各体積分率の誤差は 3 回の測定による平均誤差を用いた。図 3.1 から、体積分率が増加することにより、見かけ比粘度が増加することがわかるが、Einstein 則の比粘度よりも大きくなることが示された。

また、体積分率の増加による見かけ比粘度の増加率や、見かけ比粘度の誤差に大きな差が見られた。これは、固体粒子の位置が変化しているためだと考えられる。

図 3.2 に体積分率 $\phi = 3.5, 7.0 \text{ vol}\%$ における 3 回の測定終了時の画像を示す。

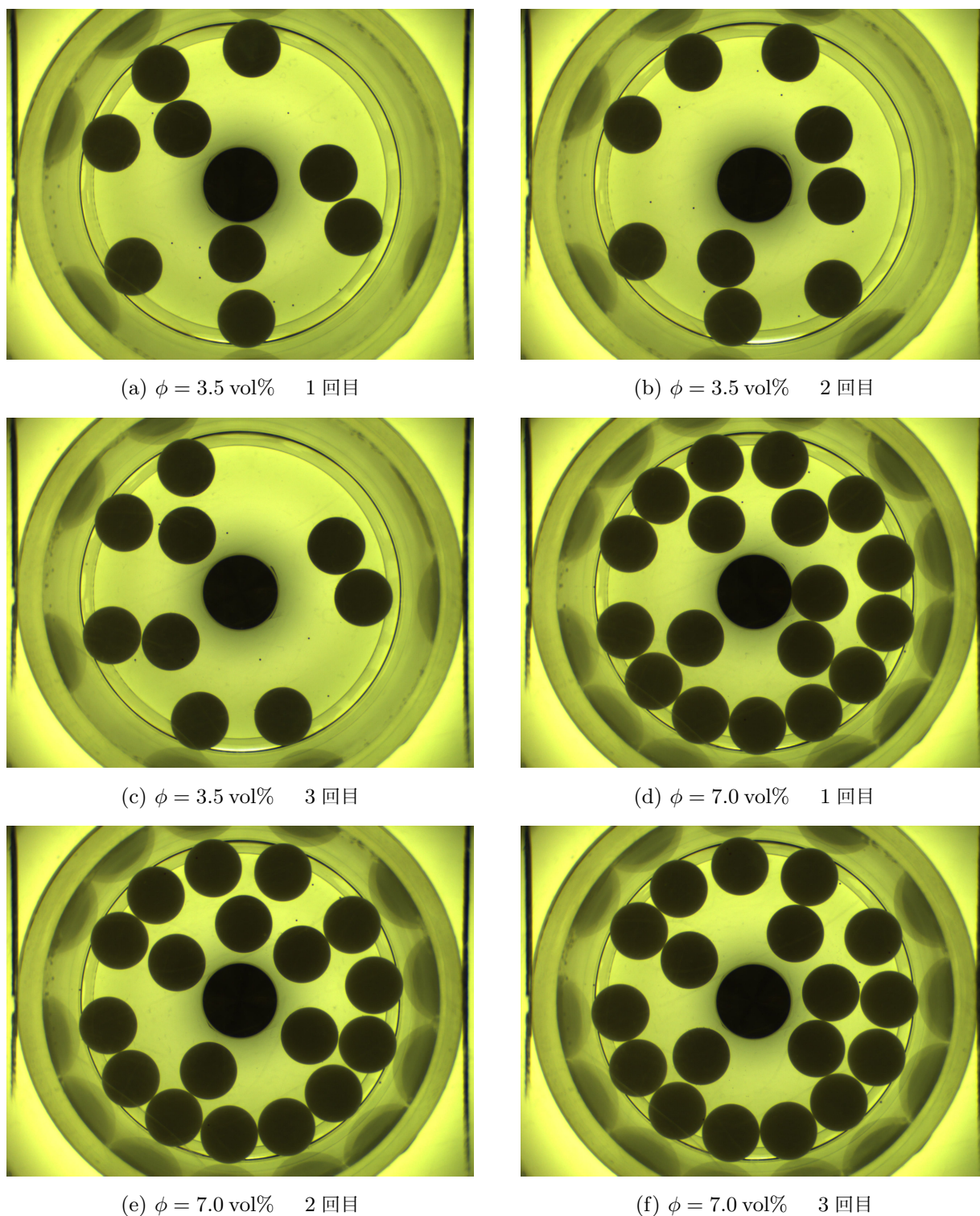


図 3.2: 各体積分率の実験終了時の画像

図 3.2 より、同じ体積分率においても固体粒子の位置が変化していることがわかる。全ての体積分率において、画像から全固体粒子の重心と容器中心からの距離 r を計算し、比粘度との関係を考える。

図 3.3 に各体積分率における固体粒子の位置と見かけ比粘度の結果を示す。

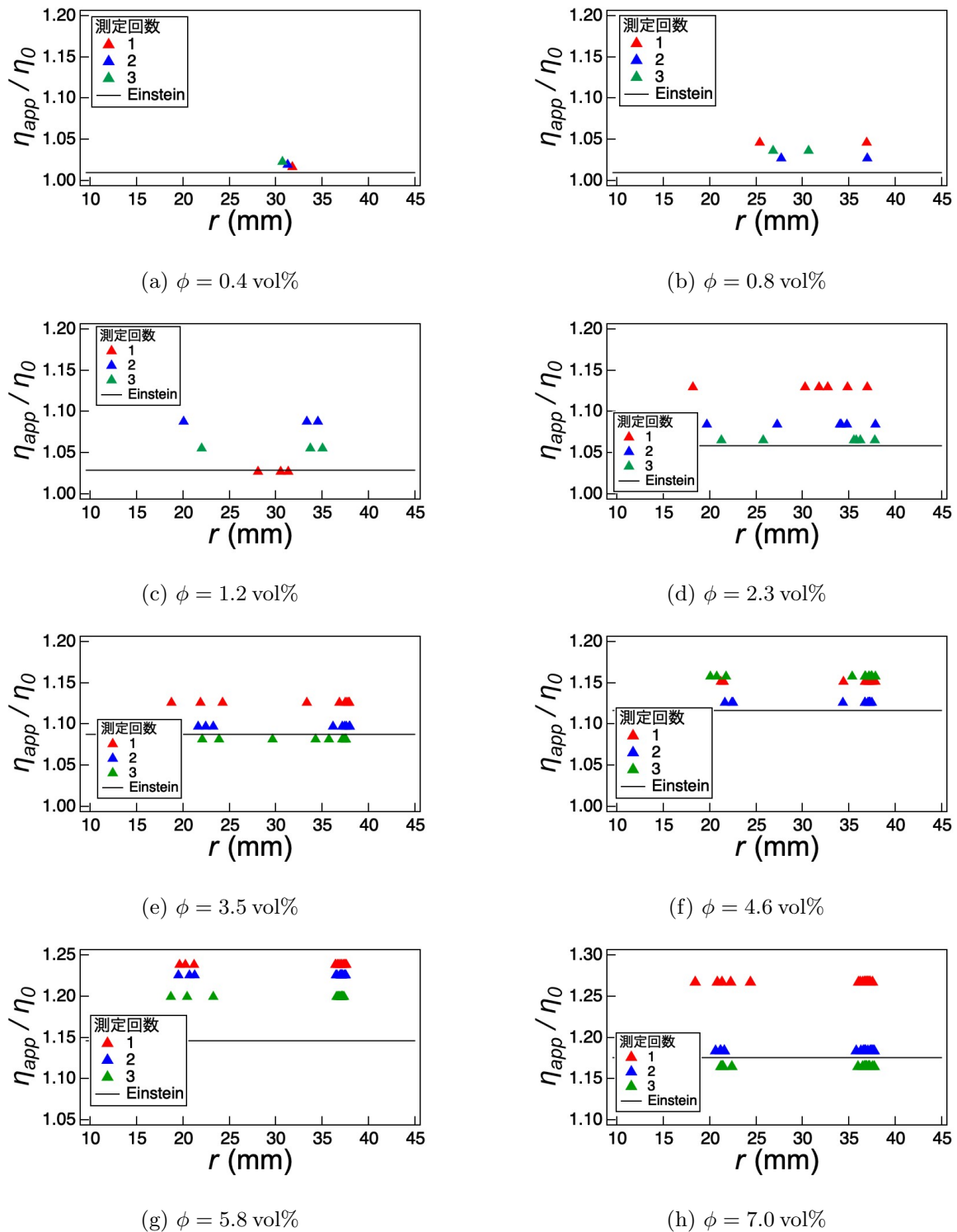


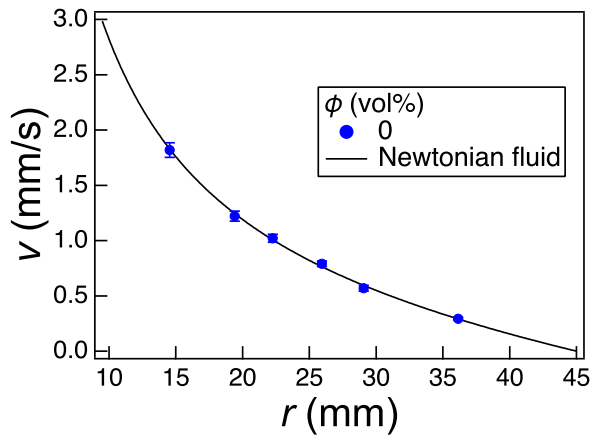
図 3.3: 全粒子の位置と見かけ比粘度

横軸は容器中心から固体粒子までの距離 r であり、縦軸は見かけ比粘度 η_{app}/η_0 である。一回の測定での全固体粒子の重心の位置と見かけ比粘度をプロットしている。体積分率 $\phi = 0.4, 0.8, 1.2, 2.3, 3.5, 4.6, 5.8, 7.0 \text{ vol\%}$ に対応する粒子数は 1, 2, 3, 6, 9, 12, 15, 18 である。図 3.3 から、同じ体積分率においても固体粒子の位置により、見かけ比粘度が変化していることがわか

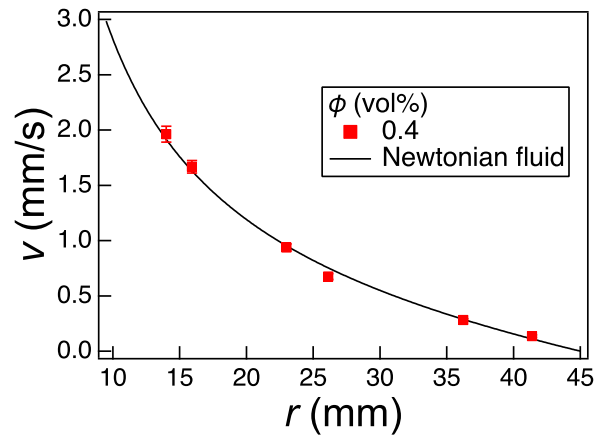
り、Einstein 則の比粘度よりも大きいときと、小さいときがあることがわかった。特に r が大きい領域にある固体粒子よりも、 r の小さい領域にいる固体粒子の方が見かけ比粘度の増加に影響を与えていると考えられる。

3.1.2 速度場測定

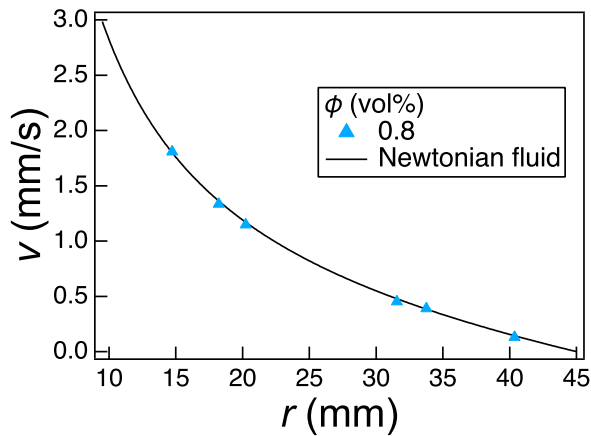
図 3.4 に粒子径 15.9 mm における位置と速度場の結果を示す。



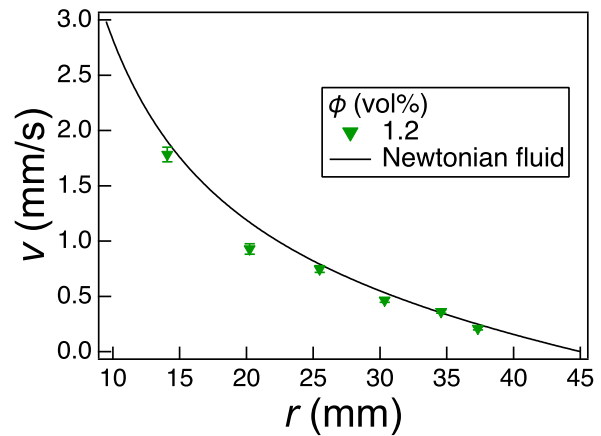
(a) $\phi = 0$ vol%



(b) $\phi = 0.4$ vol%



(c) $\phi = 0.8$ vol%



(d) $\phi = 1.2$ vol%

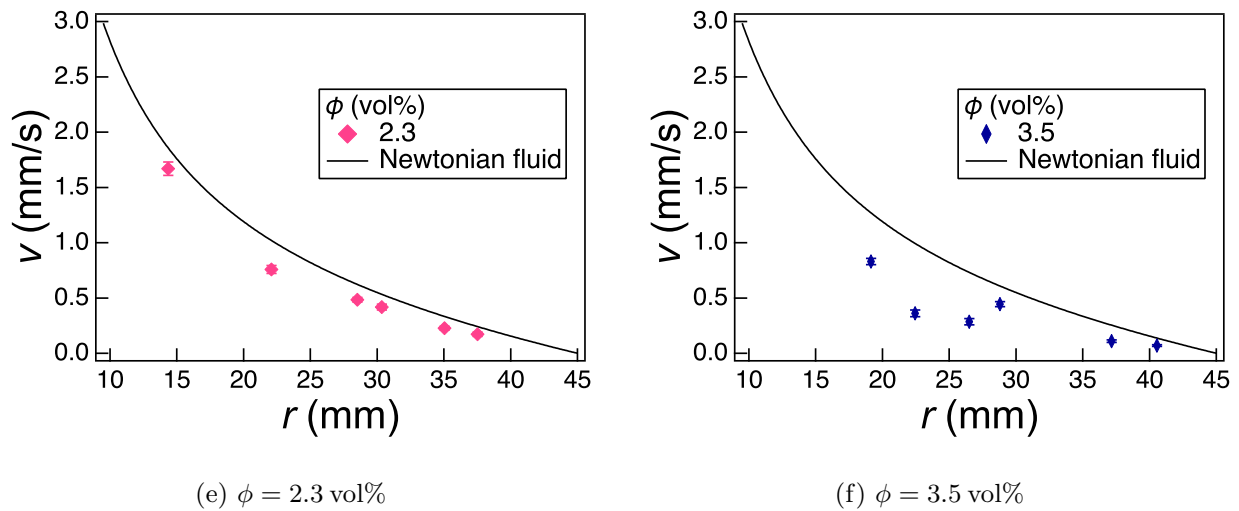


図 3.4: 各体積分率における各位置の速度場

横軸は容器中心から固体粒子までの距離 r であり、縦軸はトレーサー粒子の速度 v である。今回は円状に動くトレーサー粒子の速度を求めた。体積分率 $\phi = 4.6$ vol% 以上では円状に動くトレーサー粒子を追跡することが出来なかった。また、今回はトレーサー粒子が固体粒子の周りにいるときと、固体粒子のない領域にいるときの区別はしていない。図 3.4 から、体積分率を大きくすることで、速度場が乱れることがわかった。特に固体粒子のないときの流体（ニュートン流体）の速度と比べて、固体粒子があるときでは流体の速度が小さくなることがわかった。

3.2 単一固体粒子

3.2.1 見かけ粘度測定

図 3.5 に固体粒子の位置と見かけ比粘度の結果を示す。

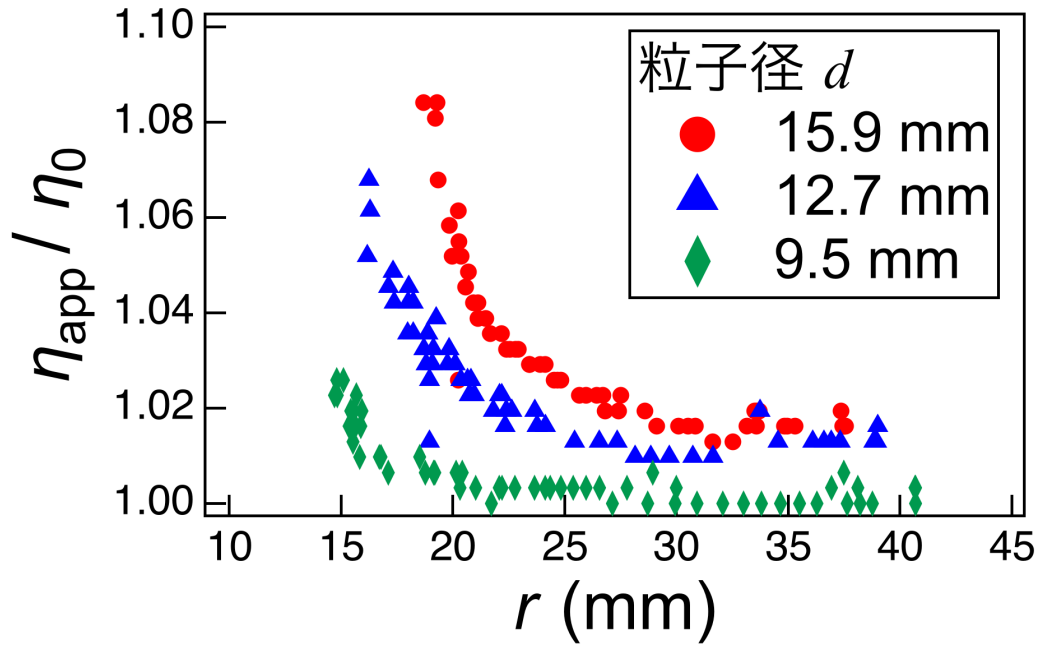


図 3.5: 各粒子径における各位置の見かけ比粘度

横軸は容器中心から固体粒子までの距離 r であり、縦軸は見かけ比粘度 η_{app}/η_0 である。全ての粒子径で見かけ比粘度の粒子位置依存性が見られた。特に、 r が小さいほど、あるいは粒子径が大きいほど、見かけ比粘度が増加していることがわかった。

図 3.6 にそれぞれの結果に Einstein の粘度則の比較を加えたものを示す。

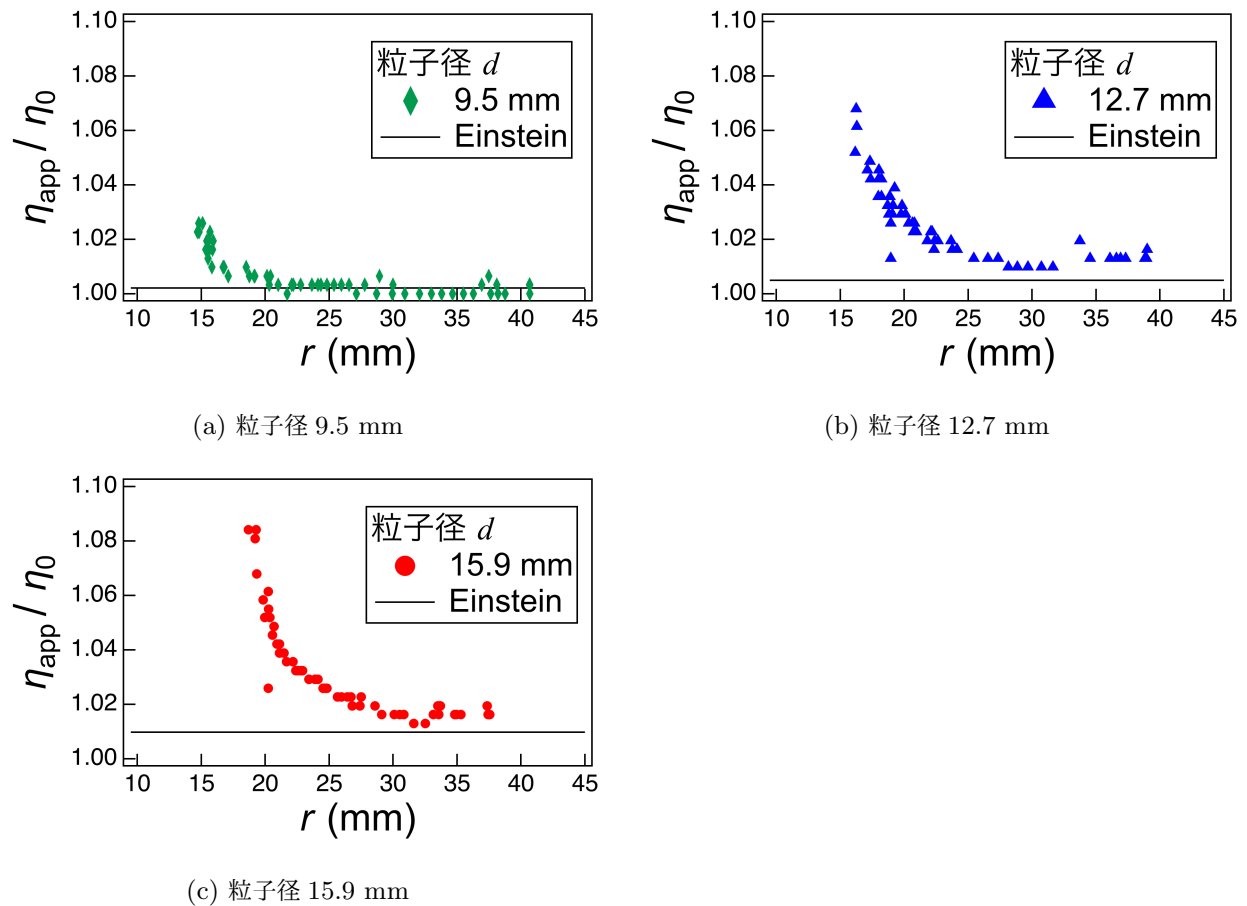
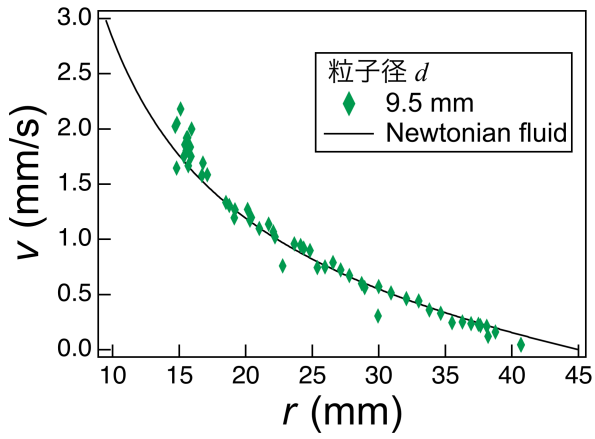


図 3.6: 各位置の見かけ比粘度と Einstein の比較

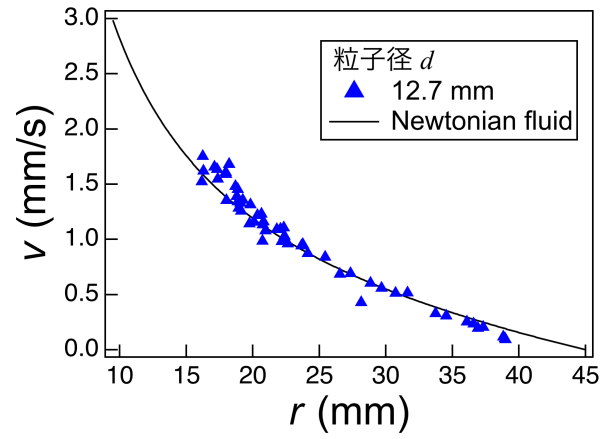
図 3.6 より、粒子径が大きい場合は、比粘度が Einstein 則よりも大きいことが示された。ただし、今回は内円筒の浸かっている部分の液体も含め体積分率を導出しているため、体積分率が小さく見積もられている可能性がある。粒子径 9.5 mm のときに、Einstein 則に広い範囲で一致しているのは、粒子径が小さいことにより、 r が大きいところで比粘度が固体粒子の影響をあまり受けなかったためだと考えられる。

3.2.2 速度測定

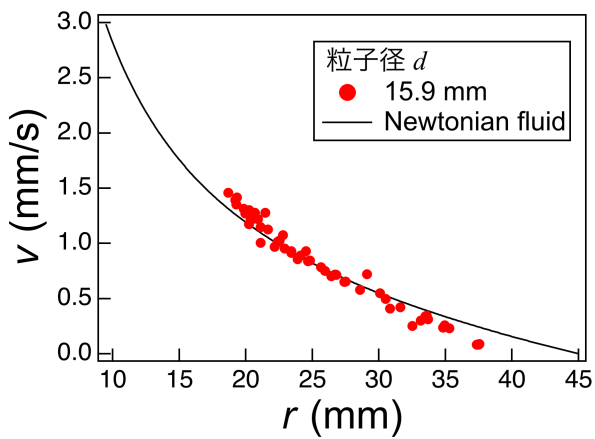
図 3.7 に固体粒子の位置と速度の結果を示す。



(a) 粒子径 9.5 mm



(b) 粒子径 12.7 mm



(c) 粒子径 15.9 mm

図 3.7: 各粒子径における各位置の速度

横軸は容器中心から固体粒子までの距離 r であり、縦軸は固体粒子重心の速度 v である。全ての粒子径で各位置の速度はおおよそ同じものであった。

第4章

考察

4.1 サイズ依存性

粒子径が大きくなることで見かけ比粘度が増加したことについて考える。粒子径から体積分率に変換し、図 3.5 での $r = 20, 25, 30, 35$ mm における体積分率と見かけ比粘度の関係を図 4.1 にプロットした

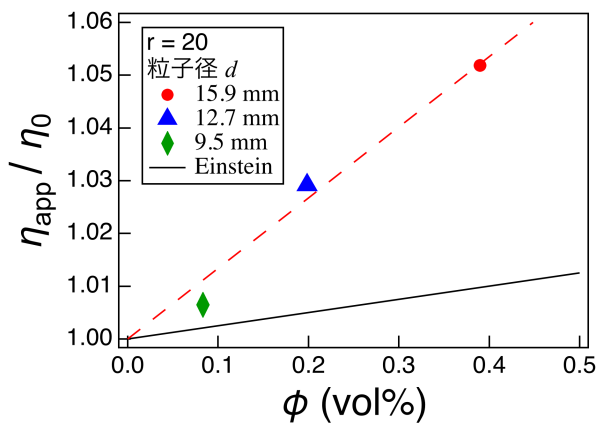
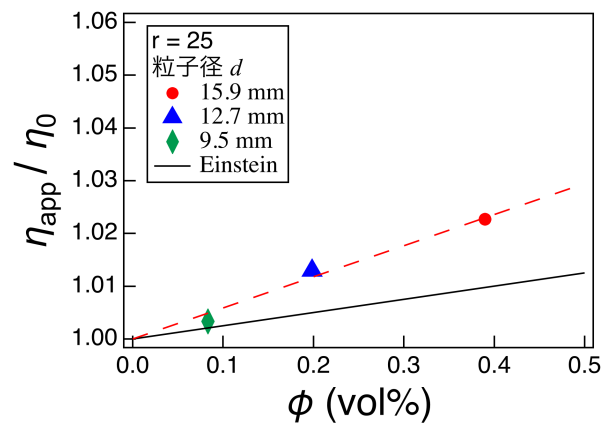
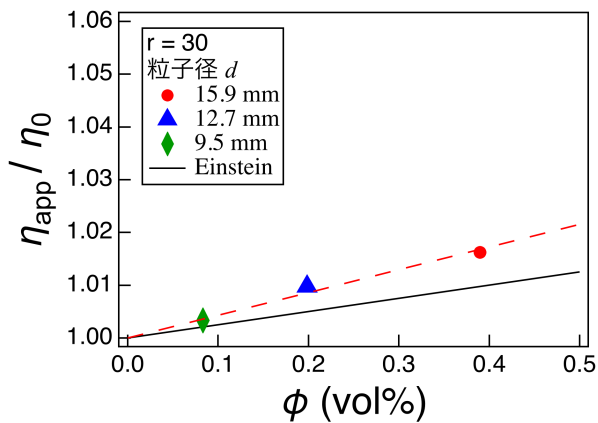
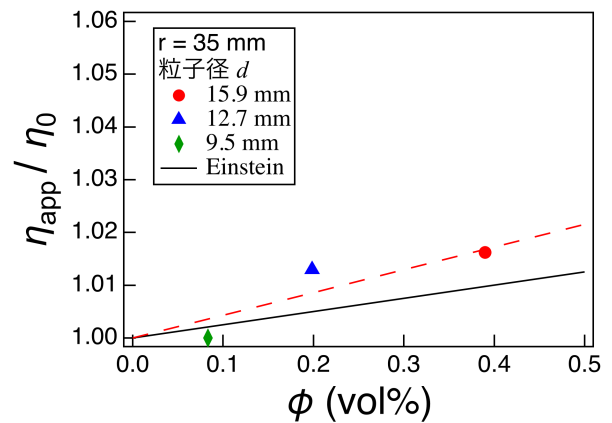
(a) $r = 20$ mm(b) $r = 25$ mm(c) $r = 30$ mm(d) $r = 35$ mm

図 4.1: 各粒子サイズの比粘度

おおよそ体積分率に比例していることがわかる。今回、粒子径が大きいほど見かけ比粘度が増加したの

は、粒子径が大きくなったことで、体積分率が増加したためであると考えられる。

4.2 位置依存性

固体粒子を入れることで見かけ比粘度が増加したのは、実効的に内円筒にかかるトルクが増加したということである。固体粒子は変形しないため、固体粒子の周りの流れは粒子のない領域の流れと大きく異なる。ここで、図 3.4 より、固体粒子周りの流れは、固体粒子のないときの流れよりも遅くなっていると考えられる。内円筒と固体粒子の間の局所な部分の流体を考えると、内円筒の速度は一定であるので、相対速度の増加からせん断速度が増加していると考えられる。局所な部分にある流体は粘度が一定であるニュートン流体であるため、式 (1.2) より、固体粒子によってせん断応力が大きくなったと考えることができる。したがって、トルクが増加したと考えることができる。矢木らの先行研究 [11] では、固体粒子による比粘度の増加は、固体粒子の体積分率の増加によるものと、固体粒子間の流体のせん断速度の増加によるものに分けられるとされている。今回、 r が小さいほど見かけ比粘度が増加した、すなわち、トルクが増加したのは、局所な部分の流体のせん断速度が増加したためと考えることができる。今後、この内円筒、固体粒子周りの流れをトレーサー粒子を入れ直接観察することで考察していきたい。

第 5 章

結論

本研究では、固体粒子を含む流体において、固体粒子、トレーサー粒子の位置及び速度の測定を可能にする実験系を作成し、固体粒子径と流路幅の比が小さいときに、固体粒子が見かけ比粘度に与える影響を調べた。固体粒子の体積分率を変化させ見かけ比粘度測定を行った結果、固体粒子の体積分率の増加によって見かけ比粘度が増加することがわかった。しかし、体積分率のみではなく固体粒子の位置によっても見かけ比粘度が増加することがわかった。

そこで、一つの固体粒子を用いて、位置を変化させ見かけ比粘度測定を行った。結果として固体粒子の位置 r が小さいほど見かけ比粘度が増加していることがわかった。これは、固体粒子の位置によって、固体粒子と内円筒の間の局所な部分のせん断速度が増加したためだと考えられる。今後は固体粒子、内円筒周りの流れをトレーサー粒子を追跡することにより直接観察していきたいと考えている。

付録

A.1 屈折補正

今回作成した実験のセットアップでは、カメラから対象物までにアクリル板、シリコンオイルがあるため屈折が起きる。そのため、単に Fiji を用いて粒子の重心を測定すると、実際の位置 r と違う結果 r_{app} が得られる。そこで、屈折率や、カメラと対象物までの距離等から実際の位置 r へと変換する必要がある。以下に詳細を記す。

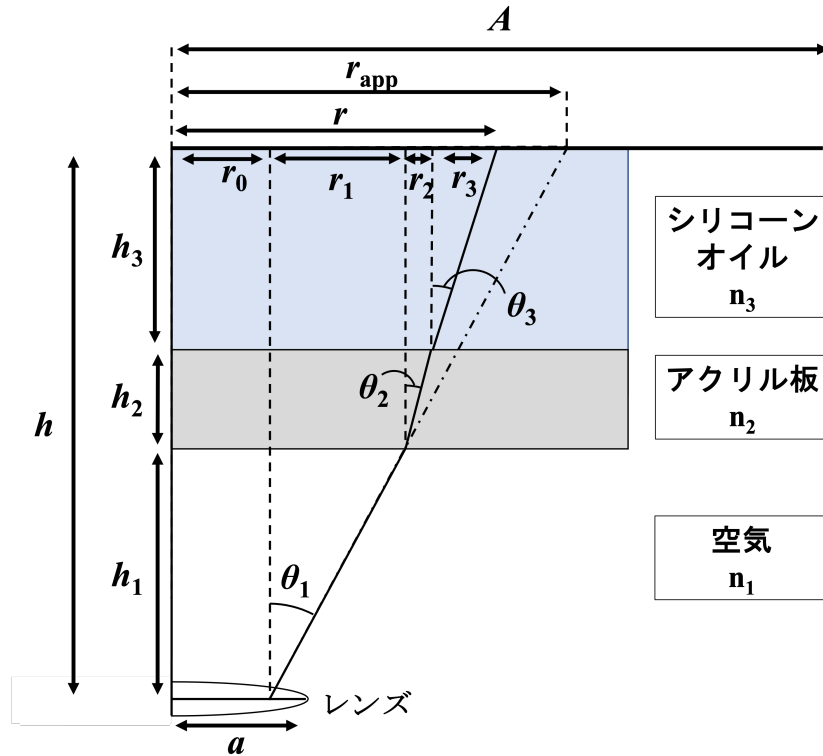


図 A.1: 屈折の模式図

図 A.1 は実験のセットアップを横から見た模式図である。レンズ半径を a 、得られる画像の大きさを A とすると、 r_0 は、

$$r_0 = \frac{a}{A} r_{app} \quad (\text{A.1})$$

となる。空気、アクリル板、シリコンオイルの屈折率を n_1 、 n_2 、 n_3 とし、それぞれの屈折角を θ_1 、 θ_2 、 θ_3 とすると、

$$\sin \theta_1 = \frac{r_{\text{app}} - r_0}{\sqrt{(r_{\text{app}} - r_0)^2 + h^2}} \quad (\text{A.2})$$

$$\sin \theta_2 = \frac{n_1}{n_2} \sin \theta_1 \quad (\text{A.3})$$

$$\sin \theta_3 = \frac{n_1}{n_3} \sin \theta_1 \quad (\text{A.4})$$

となる。それぞれの距離を h_1 、 h_2 、 h_3 、図のように r_1 、 r_2 、 r_3 とすると、

$$r_1 = \frac{h_1 \sin \theta_1}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta_1}} \quad (\text{A.5})$$

$$r_2 = \frac{h_2 \sin \theta_2}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta_2}} \quad (\text{A.6})$$

$$r_3 = \frac{h_3 \sin \theta_3}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta_3}} \quad (\text{A.7})$$

となる。以上より、実際の位置 $r = r_0 + r_1 + r_2 + r_3$ が得られる。

謝辞

本研究に際して、多くの方にご協力をいただきました。増淵雄一教授には、研究の方針に関してのアドバイスや励みになるお言葉をいただきました。畝山多加志准教授には、実験のセットアップから解析方法のご指導まで幅広くお世話になりました。土肥侑也助教には、研究や学会発表について多くご相談させていただきました。石田崇人研究員には、気軽に接していただき、ご相談ををさせていただきました。ありがとうございました。

先輩方には、研究方針や、資料作り等で多くご助力をいただきました。同期には、研究だけでなく日頃から仲良くしていただきました。ありがとうございました。

最後に日頃から支えてくださった家族・友人に感謝申し上げます。

参考文献

- [1] 尾崎邦宏. レオロジーの世界. 工業調査会, 2004.
- [2] A. Einstein. Eine neue Bestimmung der Moleküldimensionen. *Annalen der Physik*, Vol. 324, No. 2, pp. 289–306, 1906.
- [3] Vladimir Vand. Viscosity of Solutions and Suspensions. I. Theory. *The Journal of Physical and Colloid Chemistry*, Vol. 52, No. 2, pp. 277–299, February 1948.
- [4] R Roscoe. The viscosity of suspensions of rigid spheres. *British Journal of Applied Physics*, Vol. 3, No. 8, pp. 267–269, August 1952.
- [5] Shinichiro Haruki, Sohei Sukenaga, Noritaka Saito, and Kunihiko Nakashima. Viscosity Estimation of Spherical Particles Dispersed Suspension. *High Temperature Materials and Processes*, Vol. 30, No. 4, pp. 405–409, August 2011.
- [6] Jon J. Major and Thomas C. Pierson. Debris flow rheology: Experimental analysis of fine-grained slurries. *Water Resources Research*, Vol. 28, No. 3, pp. 841–857, 1992.
- [7] John R. Van Wazer. *Viscosity and Flow Measurement: A Laboratory Handbook of Rheology*. Interscience Publishers, 1963.
- [8] 神部勉. 流体力学. 裳華房, 1995.
- [9] Ronald E. Smith. Effect of Gap Errors in Rotational Concentric Cylinder Viscometers. *Journal of Rheology*, Vol. 28, No. 2, pp. 155–160, April 1984.
- [10] Takamasa Mori, Shohei Moriyama, Takuto Nakagawa, and Junichiro Tsubaki. Measurement of Apparent Viscosity of Various Fluids by Using B-Type and Vibration-Type Viscometers. *Nihon Reoroji Gakkaishi*, Vol. 45, No. 4, pp. 157–165, 2017.
- [11] 矢木栄, 乙竹直. 懸濁液の粘度. 工業化学雑誌, Vol. 61, No. 11, pp. 1404–1407, 1958.