令和4年度 卒業論文

単体の変形可能な泡モデルを用いたせん断下における変形の シミュレーション

名古屋大学 工学部 物理工学科

増渕研究室

081920237 重倉 健人

要旨

泡が多数分散した流体は、変形に起因した様々な特徴的な物性を有することが知られ ている。実験では、多数の泡を含む系での研究は多くされているが、シミュレーション で対象の系を再現できる適切なモデルは少ない。例えば、流体力学シミュレーションで 泡の変形を計算することができるが、泡の数を増やしていくと計算効率が悪くなる。ま た、2次元の一つの泡を一つの円で表現する粗視化モデルが提案されているものの、泡 の変形に必要な自由度を粗視化しているため、泡の変形や変形に伴う物性を議論できな い。そこで、本研究では、計算効率が良く、多体の泡の変形を扱うことのできるモデル 開発を目指す。卒業研究では、泡の変形を表現できる自由度を残した粗視化モデルを検 討し、せん断下での単体の泡の変形の再現を試みた。

目次

要旨		i
第1章	諸言	2
1.1	泡のダイナミクス	2
1.2	泡のシミュレーションモデル	3
1.3	本研究の目的	4
第2章	計算モデル	5
2.1	モデルの概要	5
2.2	泡の自由エネルギー	6
2.3	泡の周長、面積、変形量の定義	7
2.4	泡の運動方程式	8
2.5	無次元化	8
2.6	4 つの離散化点の場合	9
2.7	任意の個数の離散化点数の場合..................................	10
2.8	方程式の離散化	10
第3章	結果	11
3.1	スナップショット	11
3.2	変形量の時間変化	11
3.3	定常状態のせん断速度依存性	12
第4章	結論	14
謝辞		15
付録 A	離散化点数の妥当性	16
参考文献		17

第1章

諸言

1.1 泡のダイナミクス

泡は液体に気体が分散した分散系であり、様々な物性を示すため工学的にも広く使用されている [1]。 泡は他の分散系であるサスペンジョンやエマルジョンと同じく、異なる複数の相を含む液体である。よっ て粘弾性 [2] や降伏 [3]、シアシニング [4] といった挙動を示すことが知られている。このような挙動は液 体内部の分散質の構造変化がもたらしている。例えば、粘度が減少するシアシニングの場合、粘度変化は 泡の変形により応力テンソル中の界面張力の寄与が変化することによって発現する。また、泡は他の分散 質と異なり圧縮性が大きいという特徴もある。このような泡の変形は以下で挙げる通りよく調べられて いる。

希薄な泡の変形は、液体中に孤立した別の液体からなる液滴の変形の拡張で考えられている。流体中 に分散した単一の液滴のせん断下での変形について、早くに Talor ら [5] は液滴の変形の理論を提案し、 変形量とせん断速度の関係を議論している。Cox ら [6] は、これを拡張し流体の粘度や表面張力の影響 を含めた理論を導出した。これらの研究は液滴の変形が比較的小さい低せん断速度領域でのものであっ た。一方、高せん断速度下では、Hinch ら [7] は大変形する液滴についての理論を導出している。さらに Barthés-Biesel ら [8] [9] [10] や Higley ら [11] は、理論を一般化し、弾性膜に包まれた液体(カプセル) の流体中での変形を議論している。これらの研究では、表面積が変化しない場合や膜の弾性が界面張力に よる場合などが議論されている。しかし、解析解を得るためにカプセルの形状を真球からの摂動展開で 扱っており、体積も表面積も大きく変化する泡に適用可能かどうかは議論されていない。これに対して Canedo ら [12] は、単純せん断下における泡の変形を実験的に測定し、Hinch らの液滴の理論が泡につい ても成立することを示した。また、Rust ら [13] と Müller-Fischer ら [14] は、単一の泡についてキャピ ラリー数 *Ca*を変えて泡の変形を実験的に測定し、*Ca*数が大きくなるにつれて、Talor の理論から乖離 することを示した。

上記の研究は流体中で孤立した泡に関するものであったが、日常生活で経験する泡は気相の体積分率が 大きく,泡どうしが相互作用している。したがって泡は体積分率によって異なる物性を示し、切り分けて 扱うために体積分率に基づく分類がなされている [15]。

上記で述べた体積分率が小さいと泡はバブル(bubble)と呼ばれ、流体を含めた系をバブリーリキッド (bubbly liquid) と呼ぶ。体積分率が大きくなると、泡はフォーム(foam)と呼ばれ、泡の最密充填付近 でウェットフォーム(wet foam)、さらに体積分率が大きくなるとドライフォーム(dry foam)と呼ばれ る [15]。現在までの研究はフォームやバブルそれぞれの領域で各論的であり、また理論的に説明されてい る泡の物理現象は限定されている [15]。

1.2 泡のシミュレーションモデル

上述したように泡のダイナミクスは古くから研究され、一部は理論的に説明されている。しかし、複雑 な流動場で大変形をする場合は孤立泡(バブル)であっても理論的な扱いが困難である。濃厚なフォーム の場合はさらに難しい。このような問題を解くために様々なシミュレーション法も開発されてきた。それ らは、主にバブルをあつかうために、図 1.1 に示すような孤立泡周辺の流体の運動を解く流体力学的な計 算と、主にフォームをあつかうために、図 1.2 に示すような多体泡の特徴量のみを考える粗視化モデルに 基づく計算に分けられる。

まず孤立泡に対する計算を紹介する。van Sint Annaland ら [16] は、Volume of fluid(VOF) 法を用 いて、静止した液体中を浮力により上昇する泡が変形しながら運動する挙動を計算した。Hysing ら [17] は、泡の CFD として、レベルセット有限要素法及び Arbiterary Lagrangian-Eulerian(ALE) 法を用い て同じ問題を解いている。このような計算を拡張して、より複雑な問題も解かれている。Chen [18] は、 Lattice Boltzman 法を用いて、液相の圧力変化で泡が生成するキャビテーション現象において変形する 泡の挙動を計算している。Kagatsume ら [19] は、粒子法を用いて、泡が液体中を上昇する様子に加えて 泡が界面に到達すると消滅する様子を計算している。

次に多体泡に対する計算では、Okuzono ら [3] は、液相がほとんど無いドライフォームのような系で、 泡の界面の運動を定式化して泡の変形や緩和の様子を計算した。また、Durian ら [20] は、個々の泡を真 円と近似した粗視化モデルを提案し、泡の変形ではなく泡の配置替えが重要なソフトガラスモードの挙動 を計算した。



図 1.1 流体力学シミュレーション



図 1.2 粗視化モデル

1.3 本研究の目的

ここまで説明したように、流動変形下での多体泡の変形を扱える理論はない。数値計算でも流動変形す る多体泡の直接数値計算は困難であり、種々のモデル化が試みられている。本研究では Okuzono らのモ デル [3] と Durian らのモデル [20] の間に位置するモデルの開発を試みる。すなわち、Durian らのモデ ル [20] と同様に個々の泡の運動を考えながら、Okuzono らのモデル [3] と同様に界面の変形も考えられ るモデルを構築する。最終的には多体泡の計算を目論むが、本論文ではまず単純せん段下での孤立泡の挙 動を計算し、先行研究と比較した。

第2章

計算モデル

2.1 モデルの概要

以降、簡単のために二次元の泡を考える。二次元の泡の輪郭を複数の離散的な計算点で表現する。離散 化の概念を図 2.1 に示す。泡の界面に計算点を置き、計算点の運動で泡の形状を表現する。計算点の位置 で定義される自由エネルギーから導出して運動方程式を導き、その運動方程式を数値的に解くことで、泡 の界面の挙動を計算する。なお、周りの流体は解かない。



図 2.1 2 次元の泡の離散化の概念図、水色は液相、白色は気相、黒線は界面を示す。右図の丸は計算点を示す。

2.2 泡の自由エネルギー

泡の自由エネルギーは、マクロな観点から式 (2.1) 式で表されることが知られてきた [21]。

$$U = \Gamma S - \Delta P V \tag{2.1}$$

ここで Γ は表面張力、S は表面積、 $\Delta P = P - P_0$ は泡内部の圧力 P と泡外部の圧力 P_0 の圧力差、V は体積である。ここでは 2 次元で考えるため、S を周長の L、V を面積の S として書き換える。

$$U = \Gamma' L - \Delta P' S \tag{2.2}$$

ここで Γ' は 2 次元での表面張力、 $\Delta P' = P' - P'_0$ は 2 次元での泡内部と泡外部の圧力差である。後述 するように、式 (2.2) は平衡状態で泡が安定して存在する条件がない。そこで以下のように改変した。

温度 T、面積 S の 2 次元の泡の中に質量が m の自由粒子が N 個存在するとき、分配関数は式 (2.3) と 書ける。

$$Z = \frac{S^N}{N!} \left(\frac{2\pi m k_B T}{h^2}\right)^N \tag{2.3}$$

この時のヘルムホルツの自由エネルギーは式 (2.4) となる。

$$F = -Nk_BT\ln S + k_BT\ln N! - Nk_BT\ln\left(\frac{2\pi mk_BT}{h^2}\right)$$
(2.4)

のちに示す運動方程式を考えると、界面に置く計算点の位置に依存するのは第1項のみであるから、こ れを考慮して式 (2.2)を以下のように書き換える。

$$U = \Gamma' L - Nk_B T \ln S + P_0' S \tag{2.5}$$

なお N は、平衡状態での泡の時半径 R₀ から、以下とする。

$$N = \frac{\pi P_0' R_0^2 + \pi \Gamma' R_0}{k_B T}$$
(2.6)

式 (2.2) と式 (2.5) の挙動を、真円の場合で考える。真円の半径を r とすると、面積 $S = \pi r^2$, 周長 $L = 2\pi r$ なので、式 (2.2) と式 (2.5) はそれぞれ以下のようになる。

$$U = 2\pi\Gamma r - Nk_B T \ln(\pi r^2) + \pi P_0 r^2$$
(2.7)

$$U = 2\pi\Gamma r - \pi\Delta P r^2 \tag{2.8}$$

式 (2.8) では $r = \Delta P/\Gamma$ のとき U が停留点となるが、このグラフは上に凸であるため泡は安定に存在 できない。一方、式 (2.7) では $r = (-\pi\Gamma + \sqrt{\pi^2\Gamma^2 + 4\pi P_0 N k_B T})/2\pi P_0$ のとき U が最小値をとり、泡の 圧縮拡張に対して安定である。

2.3 泡の周長、面積、変形量の定義

式 (2.5) を数値的に扱うため、泡のポテンシャルを任意の位置 \mathbf{r}_i で偏微分する為、泡の周長 L を泡を 構成する粒子の位置 \mathbf{r}_i の関数として記述する。凸包を用いて囲んだ各計算点間の距離の和として表現す ると、式 (2.9) で表せる。

$$L(\{\mathbf{r}_i\}) = \sum_{i=1}^{p} |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_{i+1}|$$
(2.9)



図 2.2 凸包を用いて定義した泡の周長

同様に泡の面積 *S* は凸包を用いて囲んだ多角形のある頂点から対角線を引き、3 つの頂点から構成される三角形の和で式 (2.10)のように表現する。

$$S(\{\boldsymbol{r}_i\}) = \sum_{n=1}^{p-2} \left| \frac{1}{2} \left(\boldsymbol{r}_1 - \boldsymbol{r}_{i+1} \right) \times \left(\boldsymbol{r}_{i+1} - \boldsymbol{r}_{i+2} \right) \right|$$
(2.10)



図 2.3 凸包を用いて定義した泡の面積

変形の定量的な指標として、D = (l-b)/(l+b)で定義される量を用いる。離散化した各計算点 r_i と泡の重心位置 r_g の距離 $|r_i - r_g|$ を計算し、最大値を l、最小値を b とした。泡が真円のときは D = 0、変形して異方性が生じると D は大きくなっていき、針状になると l >> bの極限で D = 1 になる。

2.4 泡の運動方程式

上記のように定義された自由エネルギーから計算点の運動方程式を導出する。周囲の流体の粘性が十分 高いものとして過減衰型の運動方程式を考え、単純せん断流動が外部から与えられているものとすると以 下のように書ける。

$$\frac{d\boldsymbol{r}_i(t)}{dt} = -\frac{1}{\xi} \frac{\partial U(\{\boldsymbol{r}_i\})}{\partial \boldsymbol{r}_i} + \boldsymbol{v}_{\text{ex}}(\boldsymbol{r}_i(t))$$
(2.11)

$$\boldsymbol{v}_{\rm ex}(\boldsymbol{r}) = \dot{\gamma} \boldsymbol{y} \boldsymbol{e}_x \tag{2.12}$$

式 (2.11) において、 r_i は、i 番目の計算点の位置、 ξ は流体からの抵抗係数、U は式 (2.5) で与えられ る自由エネルギー、 v_{ex} はせん断流動場である。式 (2.12) はせん断場を与えており、 $\dot{\gamma}$ はせん断速度、yは計算点のせん断勾配方向の位置、 v_x はせん断方向の単位ベクトルである。 ξ は、離散化点間の距離に比 例するものとし、単位長さあたりの抵抗係数を ξ_0 とした。

2.5 無次元化

単位長さあたりの抵抗係数 $\xi_0[kg/m \cdot s]$ 、泡外部の二次元圧力 $P'_0[kg/s^2]$ 、平衡時の泡の半径 $R_0[m]$ に 基づいて、無次元化時間 t、無次元化長さ l、無次元化質量 m を式 (2.13) から式 (2.15) のように定義す る。以降の量はこれらの単位量で無次元化されている。

$$t = \frac{R_0 \xi_0}{P'_0}$$
(2.13)

$$l = R_0 \tag{2.14}$$

$$m = \frac{R_0^2 \xi_0^2}{P_0'} \tag{2.15}$$

2.6 4つの離散化点の場合

数値計算を実施する前に運動方程式である式 (2.11)の保存力の項 $-\partial U/\partial r$ を導出しておく。まず例として泡の周上の離散化点を4つとした場合を考える。二次元において、面積を持つ最小の構成要素数は3 つであるが、2.3 節で定義した変形量 Dを計算するには、4 つの計算点での記述が便利である。p = 4 としたとき、面積と周長の計算結果は式 (2.16)、式 (2.17)となる。

$$L(\{\boldsymbol{r}_i\}) = |\boldsymbol{r}_1 - \boldsymbol{r}_2| + |\boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_3| + |\boldsymbol{r}_3 - \boldsymbol{r}_4| + |\boldsymbol{r}_4 - \boldsymbol{r}_1|$$
(2.16)

$$S(\{\boldsymbol{r}_i\}) = \frac{1}{2} |(\boldsymbol{r}_1 - \boldsymbol{r}_2) \times (\boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_3)| + \frac{1}{2} |(\boldsymbol{r}_1 - \boldsymbol{r}_3) \times (\boldsymbol{r}_3 - \boldsymbol{r}_4)|$$
(2.17)

微分した結果を式 (2.18) から式 (2.25) で表す。保存力を計算するため、これらを r で微分する。

$$\frac{\partial L(\{\boldsymbol{r}_i\})}{\partial \boldsymbol{r}_1} = \frac{\boldsymbol{r}_1 - \boldsymbol{r}_2}{|\boldsymbol{r}_1 - \boldsymbol{r}_2|} - \frac{\boldsymbol{r}_4 - \boldsymbol{r}_1}{|\boldsymbol{r}_4 - \boldsymbol{r}_1|}$$
(2.18)

$$\frac{\partial L(\{\boldsymbol{r}_i\})}{\partial \boldsymbol{r}_2} = \frac{\boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_3}{|\boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_3|} - \frac{\boldsymbol{r}_1 - \boldsymbol{r}_2}{|\boldsymbol{r}_1 - \boldsymbol{r}_2|}$$
(2.19)

$$\frac{\partial L(\{\mathbf{r}_i\})}{\partial \mathbf{r}_3} = \frac{\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_4}{|\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_4|} - \frac{\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_3}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_3|}$$
(2.20)

$$\frac{\partial L(\{\boldsymbol{r}_i\})}{\partial \boldsymbol{r}_4} = \frac{\boldsymbol{r}_4 - \boldsymbol{r}_1}{|\boldsymbol{r}_4 - \boldsymbol{r}_1|} - \frac{\boldsymbol{r}_3 - \boldsymbol{r}_4}{|\boldsymbol{r}_3 - \boldsymbol{r}_4|}$$
(2.21)

$$\frac{\partial S(\{\boldsymbol{r}_i\})}{\partial \boldsymbol{r}_1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \frac{r_{12x}r_{23y} - r_{12y}r_{23x}}{|r_{12x}r_{23y} - r_{12y}r_{23x}|} + \frac{1}{2} \frac{r_{13x}r_{34y} - r_{13y}r_{34x}}{|r_{13x}r_{34y} - r_{13y}r_{34x}|} \\ \frac{1}{2} \frac{r_{12x}r_{23y} - r_{12y}r_{23x}}{|r_{12x}r_{23y} - r_{12y}r_{23x}|} + \frac{1}{2} \frac{r_{13x}r_{34y} - r_{13y}r_{34x}}{|r_{13x}r_{34y} - r_{13y}r_{34x}|} \end{pmatrix}$$
(2.22)

$$\frac{\partial S(\{\boldsymbol{r}_i\})}{\partial \boldsymbol{r}_2} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \frac{r_{12x} r_{23y} - r_{12y} r_{23x}}{|r_{12x} r_{23y} - r_{12y} r_{23x}|} \\ \frac{1}{2} \frac{r_{12x} r_{23y} - r_{12y} r_{23x}}{|r_{12x} r_{23y} - r_{12y} r_{23x}|} \end{pmatrix}$$
(2.23)

$$\frac{\partial S(\{\boldsymbol{r}_i\})}{\partial \boldsymbol{r}_1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \frac{r_{12x} r_{23y} - r_{12y} r_{23x}}{|r_{12x} r_{23y} - r_{12y} r_{23x}|} + \frac{1}{2} \frac{r_{13x} r_{34y} - r_{13y} r_{34x}}{|r_{13x} r_{34y} - r_{13y} r_{34x}|} \\ \frac{1}{2} \frac{r_{12x} r_{23y} - r_{12y} r_{23x}}{|r_{12x} r_{23y} - r_{12y} r_{23x}|} + \frac{1}{2} \frac{r_{13x} r_{34y} - r_{13y} r_{34x}}{|r_{13x} r_{34y} - r_{13y} r_{34x}|} \end{pmatrix}$$
(2.24)

$$\frac{\partial S(\{\boldsymbol{r}_i\})}{\partial \boldsymbol{r}_2} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \frac{r_{12x} r_{23y} - r_{12y} r_{23x}}{|r_{12x} r_{23y} - r_{12y} r_{23x}|} \\ \frac{1}{2} \frac{r_{12x} r_{23y} - r_{12y} r_{23x}}{|r_{12x} r_{23y} - r_{12y} r_{23x}|} \end{pmatrix}$$
(2.25)

ここで、 r_{ijx} 、 r_{ijy} は2つの計算点の相対ベクトル $r_{ij} = r_i - r_j$ のx、y成分である。

2.7 任意の個数の離散化点数の場合

任意の個数の場合、LとSのrでの微分は以下のように書ける。

$$\frac{\partial L(\{\boldsymbol{r}_i\})}{\partial \boldsymbol{r}_i} = \frac{\boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{r}_{i+1}}{|\boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{r}_{i+1}|} - \frac{\boldsymbol{r}_{i-1} - \boldsymbol{r}_i}{|\boldsymbol{r}_{i-1} - \boldsymbol{r}_i|}$$
(2.26)

$$\frac{\partial S(\{\boldsymbol{r}_i\})}{\partial \boldsymbol{r}_i} = \frac{1}{2} \left| \sum_{n=1}^{i=1} (r_{ix} r_{(i+1)y} - r_{(i+1)x} r_{iy}) \right|$$
(2.27)

ここで r_{ix} は i 番目の計算点位置の x 成分、 r_{iy} は i 番目の計算点位置の y 成分である。これらの式に より保存力を計算した。

2.8 方程式の離散化

1 次精度のオイラー法を用いて離散化した。数値積分のステップ数を k とし、 $t \simeq t_k = k\Delta t$ 、 $\mathbf{r}_{k,i} = \mathbf{r}_i(t = t_k)$ として、式 (2.11) より、式 (2.28)、式 (2.29) とした。

$$\frac{\boldsymbol{r}_{k+1,i} - \boldsymbol{r}_{k,i}}{\Delta t} = -\frac{1}{\xi(t)} \frac{\partial U(\{\boldsymbol{r}_{k,i}\})}{\partial \boldsymbol{r}_{k,i}} + \boldsymbol{v}_{\text{ex}}(\boldsymbol{r}_{k,i})$$
(2.28)

$$\boldsymbol{r}_{k+1,i} = \boldsymbol{r}_{k,i} + \left(-\frac{1}{\xi(t)}\frac{\partial U(\{\boldsymbol{r}_{k,i}\})}{\partial \boldsymbol{r}_{k,i}} + \boldsymbol{v}_{\mathrm{ex}}(\boldsymbol{r}_{k,i})\right)\Delta t$$
(2.29)

第3章

結果

3.1 スナップショット

離散化点の数を 32 とし、せん断速度 0.1 の変形を与えた時の泡の形状変化のスナップショットを図 4.1 ~図 4.4 に示す。せん断印加前 t = 0 で泡は真円であり、半径は R_0 である。せん断を印加して t = 1 で泡 は異方性を持ち始め、せん断方向に配向度合いが大きくなっていく。t = 100 で泡は楕円で一定の形状と配向を持った定常状態になり、これ以降泡の形状と配向の角度に変化は見られなかった。



3.2 変形量の時間変化

図 3.1-3.4 に示した泡の変形量 D の時間発展を計算結果を図 3.5 に示す。図 3.1-3.4 で見たように、泡 はせん断が開始するとともに変形量 D が増加し始め、ある定常値に落ち着く。このときスナップショッ トでは明確ではないが弱いオーバーシュートを経ている。泡の変形量が揺らいでいるのは、短軸 b と長軸 l の定義が計算点位置依存性があるためである。このような孤立泡のせん断下での時間変化を調べた実験 報告はないものの、妥当な振る舞いであると考えられる。



図 3.5 せん断印加時の変形量の時間発展

3.3 定常状態のせん断速度依存性

定常状態における D の値をせん断速度に対して示したものが図 3.6 である。剪断速度が小さい領域で は D はせん断速度に比例する。これは Taylor [5] や Hinch [7] が予測した液滴の変形の挙動と同様であ り、また泡に関する Canedo ら [12] の実験とも整合している。剪断速度が大きくなるとせん断速度に対 する D の変化が徐々に小さくなっていく。この傾向も先行研究と整合しているが、実験および Hinch の 理論では D がせん断速度の 0.5 乗に比例することと比べると、本研究の結果は変形が進み過ぎている。

図 3.6 の結果を考えるため、図 3.7 に定常状態での周長 *L* と面積 *S* を剪断速度に対して示す。*L* も *S* も剪断速度とともに増加しているが、*D* の増加は *L* の増加が主に寄与していると考えられる。すなわち *L* を減少させようとする界面張力の効果が実験よりも弱いことを示している。

この結果について考察する。Barthés-Biesel の孤立カプセルの理論 [22] によると、エマルジョンと同 じ非圧縮条件下で、せん断速度が低い領域では泡の変形量 D がせん断速度の 0.85 乗に比例し、せん断速 度が大きくなるにつれて変形量 D の変化が緩やかになる。一方,体積変化を許す条件下では、泡の変形 量 D は、エマルジョンより強い一定の冪で際限なく上昇する [22]。この先行研究から考えると、本研究 における高せん断域での弱い変形は、泡の体積変化が正しく記述されていないためと考えられる。すなわ ち、式 (2.5) で導入した自由エネルギーに瑕疵があるためと思われる。また 2 次元で計算していることで 界面張力や圧力の定義が変わっており、界面張力の寄与と圧力の寄与のバランスが変化しているためと考 えられる。



図 3.6 泡の変形量のせん断速度依存性



図 3.7 泡の面積および周長変化のせん断速度依存性

第4章

結論

多体泡のダイナミクスを計算できるモデルを目指して、本研究ではせん断下で孤立泡の変形を計算する モデルを提案した。2次元で考え、泡の形状を気液界面上に置いた離散点による凸包で表現した。界面エ ネルギーと圧力を考慮した泡の自由エネルギーを離散点の位置の関数として書き,その自由エネルギーか ら離散点の運動方程式を求めた。運動方程式を数値的に積分して泡の形状の時間変化を計算した。その結 果,泡の変形が小さい低せん断速度領域で泡の変形はエマルジョンの理論とよく一致したが、泡の圧縮性 を考慮した理論とは一致しなかった。また高速せん断速度域では実験に比べて変形が大きすぎる結果と なった。今後は、3次元への拡張と自由エネルギーについて本モデルを改良するとともに、多体泡の運動 も計算する。

謝辞

本卒業論文を書き上げるにあたって、数多くの方々にお世話になりました。

まず、本研究にあたり、研究の助言はもちろん論文執筆から先行研究の調査など終始多大なご指導を 賜った指導教官である増渕雄一教授に深くお礼申し上げます。

結果の議論から些細な研究の相談に至るまで、研究の方向性を示して下さった畝山多加志准教授、土肥 侑也助教、石田崇人先生にお礼申し上げます。

また、同じ居室内でシミュレーションの基礎から、夜遅くまで研究の議論をして下さった先輩方や、辛 い時にも一緒に頑張った同期にも感謝致します。最後に、研究以外にもメンタルの管理をはじめとした、 研究に関して今まで最大限配慮し、支えて下さった家族と友人に深く感謝します。ここに感謝の意を表 し、謝辞と致します。

付録 A

離散化点数の妥当性

泡が変形した後の泡の形状と、凸包を用いて決定した泡の形状は離散化点数 p が小さいほど違いが生 じ、周長および面積は正しく計算されない。また、異方性の指標である変形量 D は、泡の重心位置と離 散化点との距離で決定されるため,離散化点の数が少ない場合に,それらの位置によっては正しく計算さ れない。離散化点数が多ければこの問題を回避できるが、計算効率が悪くなる。

そこで、適切な泡の離散化点数を調べるために、泡の離散化点数を変えて、せん断下での変形挙動を計算した。結果を図 3.2 に示す。離散化の程度によらず、D は γ に比例しており、先行研究 [5] を再現する。しかし、離散化点数が少ない p < 8 の場合には結果にばらつきがある。

泡の離散化点数を増やしていくと、ばらつきが少なくなり、せん断速度に対して1乗に比例することが わかる。



図 A.1 離散化点数を変えたときの孤立泡の変形量のせん断速度依存性



- I. Cantat, S. Cohen, and F. Elias et. al. *Foams: structure and dynamics*. Oxford University Press, (2013).
- [2] K. Krishan and M. Dennin. *Physical Review E*, 78, (2008).
- [3] T. Okuzono and K. Kawasaki. Journal of Rheology, 37, (1993).
- [4] A.C. Rust and M. Manga. Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, 104, (2002).
- [5] GI. Talor. Proc R Soc Lond Ser A, 146, (1934).
- [6] R.G. Cox. Journal of Fluid Mechanics, 37, (1969).
- [7] E. J. Hinch and A. Acrivos. J. Fluid Mech, 98, (2980).
- [8] D. Barthes-Biesel. J. Fluid Mech, 100, (1980).
- [9] D. Barthes-Biesel and J.M. Rallison. J. Fluid Mech, 113, (1981).
- [10] D. Barthes-Biesel. *Physica A*, 172, (1991).
- [11] M. Higley, M. Siegel, and M.R. Booty. Proc R Soc A, 468, (2012).
- [12] E. L. Canedo, M. Favelkis, and M. Tadmor. AIChE Journal, 39, (1993).
- [13] A.C. Rust and M. Manga. Journal of Colloid and Interface Science, 249, (2002).
- [14] N. Muller-Fischer, P. Tobler, and M. Dressler et. al. *Experiments in Fluids*, 45, (2008).
- [15] D. Weaire and S. Hutzler. The Physics of Foams. Oxford University Press, (2000).
- [16] M. van Sint Annaland, N.G. Deen, and J.A.M. Kupiers. *Chemical Engineering Science*, 60, (2005).
- [17] S. Hysing, S Turek, and D Kuzmin et. al. International Journal for Numerical Methods in Fluids, 60, (2009).
- [18] X. Chen. Communications in Computational Physics, 7, (2010).
- [19] N. Kagatsume, M. Nakagawa, and N. MUKAI. ITE Technical Report, 35, (2011).
- [20] D. J. Durian. Physical Review Letters, 75, (1995).
- [21] P. de Gennes, D. Quere, and F. Brochard. Gouttes, bulles, Perles et ondes, (2003).